ORSAY
Série A :
N° d'ordre
1112

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS XI

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Serge CASER

LA TRANSITION DE PHASE DANS LE MODELE D'UNIVERS SYMETRIQUE

Soutenue le 27 Avril 1973 devant la Commission d'Examen

MM. B. JANCOVICI — Président

M. FROISSART)
R. OMNES) — Examinateurs
E. SCHATZMAN)

RSAY
érie A :
° d'ordre
1112

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS XI

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Serge CASER

LA TRANSITION DE PHASE DANS LE MODELE D'UNIVERS SYMETRIQUE

Soutenue le 27 Avril 1973 devant la Commission d'Examen

MM. B. JANCOVICI — Président

M. FROISSART)
R. OMNES) — Examinateurs
E. SCHATZMAN)

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Déposant ici-bas leurs traces secrètes,
les poètes ont consacré le Ciel et la Terre
pour la domination : ils ont avec leurs me-
sures mesuré ces deux vastes mondes, ils
les ont contenus, ils les ont séparés, ces
deux grands corps conjoints, pour qu'ils se
tiennent stables.

(Rig Veda)

Que celui qui connaît le Tout ne trouble pas l'esprit
des ignorants qui n'en connaissent qu'une partie !

(Bhagavad Gîtâ)

A mes parents.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548022_0036

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué en étroite collaboration avec mon camarade et ami Ruben Aldrovandi.

J'ai bénéficié de l'aide constante et des nombreux encouragements de Monsieur le Professeur Roland Omnès, qui m'a initié à la Physique Théorique. Qu'il soit assuré ici de ma profonde gratitude.

Je remercie Monsieur le Professeur Bernard Jancovici de m'avoir accueilli au Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies d'Orsay.

Mes remerciements vont également au personnel et aux chercheurs de ce laboratoire.

TABLE DES MATIERES

	Page
1. Introduction	7
2. Les différents modèles cosmologiques	8
3. Contenu géométrique	9
4. Le modèle de Gamow	11
5. Le modèle d'Omnès	14
6. La transition de phase	15
7. La formulation de Dashen, Ma et Bernstein	17
8. Détermination de la température critique	19
9. L'interaction nucléon-antinucléon	21
10. Le modèle de Widom et Rowlinson	26
11. Un test pour la séparation	27
12. Conclusion	27
Références	28

La présente Thèse constitue un résumé des publications suivantes:

I - R. Aldrovandi and S. Caser : Nucleon-Antinucleon Elastic Scattering with Inelastic Effects : S-wave Phase Shifts
Nuclear Physics B39, 306 (1972)

II - R. Aldrovandi and S. Caser : The Matter-Antimatter Phase Transition: A Derivation of the Critical Temperature
Nuclear Physics B38, 593 (1972)

III - R. Aldrovandi, S. Caser, R. Omnès, and J.L. Puget : Matter-Antimatter Cosmology : The Radiative Period
(à paraître dans Astronomy and Astrophysics)

IV - S. Caser and R. Omnès : A Possible Test of Matter-Antimatter Separation
Physics Letters 39B, 369 (1972)

Parmi les questions traitées dans ces articles, le sujet de la Thèse porte plus précisément sur la théorie mésonique de l'interaction nucléon-antinucléon et sur la théorie des transitions de phase avec séparation matière-antimatière dans le rayonnement thermique à très haute température.

1. INTRODUCTION

Des modèles d'univers symétriques (c'est-à-dire contenant autant de matière que d'antimatière) ont été étudiés récemment par divers auteurs (Alfvén et Klein [1], Harrison [2], Zeldovitch [3], Omnès [4-7]). Le but ultime de ces modèles étant d'expliquer la formation des galaxies, il s'avère nécessaire, si l'on veut éviter de postuler l'existence d'inhomogénéités initiales arbitraires (de caractère non statistique), de trouver un mécanisme de séparation matière-antimatière. Il est en effet exclu qu'une même galaxie soit formée à la fois de matière et d'antimatière. Omnès a proposé un tel mécanisme, basé sur les interactions fortes entre nucléons et antinucléons, qui se présente comme une transition de phase dans le rayonnement du corps noir à haute température. C'est ce modèle que nous nous proposons d'étudier ici.

Le problème de la transition de phase dans le corps noir relève à la fois du domaine de la physique des particules élémentaires et de celui de la mécanique statistique. La solution que nous en donnerons repose sur les deux hypothèses suivantes [7] :

A. Les mésons sont des états liés nucléon-antinucléon.

B. L'énergie libre du corps noir est stationnaire par rapport aux variations du nombre de mésons.

L'hypothèse A paraît bien vérifiée si l'on se reporte aux travaux de Ball, Scotti et Wong [8] sur la diffusion nucléon-antinucléon. Ces auteurs ne tenant pas compte des effets dus à l'annihilation, les états liés sont obtenus avec les bons nombres quantiques mais des masses beaucoup trop élevées. Nous verrons qu'un traitement phénoménologique raisonnable de l'annihilation permet de ramener la masse de ces états liés à sa valeur physique (Aldrovandi et Caser [9]).

Quant à l'hypothèse B, elle est fortement suggérée par la nouvelle formulation de la Mécanique Statistique en termes de matrice S due à Dashen, Ma et Bernstein [10]. Il découle en effet de cette formulation que les états liés et les particules élémentaires contribuent de la même façon au potentiel grand canonique.

Un développement du viriel au 2ème ordre utilisant les déphasages nucléon-antinucléon calculés dans la référence [9] permet une première évaluation de la température critique ($kT_c \sim 300$ MeV). (Aldrovandi et Caser [11] - voir aussi Omnès [4]).

Ce calcul qui utilise au mieux la physique des particules élémentaires est cependant très approximatif dans sa partie statistique (développement au second ordre). L'aspect complémentaire, qui consiste à traiter grossièrement les interactions fortes (les nucléons et les antinucléons étant assimilés à deux types de sphères dures) et rigoureusement la partie statistique, est contenu essentiellement dans le modèle classique de la transition liquide-vapeur de Widom et Rowlinson [12]. L'existence d'une transition de phase pour ce modèle a été prouvée par Ruelle [13]. La température ainsi obtenue est pratiquement la même que ci-dessus.

Après un rappel des différents modèles cosmologiques compatibles avec l'expansion et des principaux résultats de la Relativité Générale (parag. 2 et 3) nous étudierons plus précisément le modèle de Gamow (parag. 4). Le modèle d'Omnès et la transition de phase seront abordés dans les parag. 5 et 6. Les paragraphes suivants traiteront plus en détail du développement du viriel et de l'interaction nucléon-antinucléon. Nous donnerons enfin dans le paragraphe 10 un aperçu du modèle de Widom et Rowlinson.

2. LES DIFFERENTS MODELES COSMOLOGIQUES

Il est généralement admis aujourd'hui que le décalage vers le rouge des spectres émis par les galaxies lointaines est dû à la récession de ces galaxies. D'autre part, l'Univers observé apparaît comme remarquablement isotrope. On a donc cherché à construire des modèles d'Univers en expansion [14,15] qui soient compatibles avec le "Principe Cosmologique" selon lequel l'Univers serait spatialement homogène et isotrope.

Le modèle stationnaire de Bondi et Gold [15] (steady-state theory) suppose même l'homogénéité dans le temps, ce qui implique qu'il y a création

continue de matière. Il n'est donc pas compatible avec la Relativité
rale (une version basée sur une modification de cette dernière en a
donnée par Hoyle). La théorie stationnaire est à présent abandonnée.

Une autre théorie qui rejette également la Relativité Gé
usuelle a été proposée par Eddington, Dirac et Jordan [15]. Dans cet
rie les "constantes" de la Physique sont supposées variables. Une v
plus récente due à Brans et Dicke [16] suppose l'existence d'une gra
tion scalaire.

Les théories réductives, à caractère moins spéculatif, sup
un état initial arbitraire à partir duquel l'évolution est complètem
terminée par les équations de la Relativité Générale. Mis à part le
d'Eddington-Lemaître (dont l'Univers statique d'Einstein est un cas
instable) tous ces modèles contiennent une singularité dans le passé
à dire un état de haute densité et de température élevée. On en arr
tout naturellement au modèle de Gamow [17] qui est basé sur une expl
initiale (Big Bang), et sur lequel nous reviendrons plus loin.

3. CONTENU GEOMETRIQUE

L'expansion de l'Univers a été décrite dans le cadre de la
tivité Générale par Einstein, Friedmann, Robertson, de Sitter, Lemaî
Eddington et Tolman [14].

L'Univers est assimilé à un fluide parfait (dont les const
moléculaires seraient les galaxies) de densité ρ et de pression p
ractérisé par le tenseur d'énergie-impulsion

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho c^2) u_\mu u_\nu - p\, g_{\mu\nu}$$

où $g_{\mu\nu}$ est le tenseur métrique et u_μ la quadrivitesse ($u_\mu u^\mu = 1$)
pression est due essentiellement au rayonnement dont il sera questio
plus loin.

L'évolution de cet Univers obéit aux équations d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \qquad (3.2)$$

($R_{\mu\nu}$ est le tenseur de courbure, $R = R^{\mu}_{\mu}$ la courbure scalaire, Λ la constante cosmologique et G la constante de gravitation).

Ces équations peuvent être résolues dans le cas d'un Univers homogène et isotrope (en fait, si l'on suppose l'isotropie, l'homogénéité découle de (3.2)). Les deux premières équations conduisent à la métrique de Robertson et Walker [18,14]

$$ds^2 = c^2 dt^2 - L^2(t) \frac{dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2}{(1 + \frac{1}{4} kr^2)^2} . \qquad (3.3)$$

Dans cette expression $L(t)$ est un facteur d'échelle, croissant dans le cas de l'expansion : la distance ℓ de deux points quelconques du fluide varie suivant la loi

$$\ell(t) = \frac{L(t)}{L(t_o)} \ell(t_o) . \qquad (3.4)$$

Les unités ont été choisies de telle sorte que $L(t)$ ait la dimension d'une longueur. L'interprétation de la constante sans dimension k est liée à la courbure de l'espace tridimensionnel : pour $k = +1$, le 3-espace est fermé, pour $k = 0$ il est euclidien (mais le 4-espace est courbé en raison du $L(t)$) et pour $k = -1$ il est ouvert (Lobatchevsky). Dans ces deux derniers cas le volume du 3-espace est infini.

Les observations expérimentales semblent montrer que c'est le 3ème cas qui est réalisé dans la nature.

Les deux dernières équations d'Einstein s'écrivent :

$$8\pi G \rho = \frac{3}{L^2} \left[kc^2 + \left(\frac{dL}{dt} \right)^2 \right] - \Lambda \qquad (3.5)$$

$$\frac{d}{dt} (\rho c^2 L^3) + p \frac{dL^3}{dt} = 0 . \qquad (3.6)$$

La première de ces deux équations donne l'évolution du facteur d'échelle L au cours du temps. Quant à l'équation (3.6), elle exprime simplement la conservation de l'énergie : la variation de l'énergie relativiste dans un volume en co-mouvement est donnée par le travail des forces de pression. Par suite l'expansion est adiabatique.

Expérimentalement, on constate que la valeur de la constante cosmologique est compatible avec zéro [19]. Nous la supposerons donc nulle dans ce qui suit.

Pour pouvoir aller plus loin il faut connaître p et ρ .

4. LE MODELE DE GAMOW

L'existence d'un rayonnement thermique universel (c'est-à-dire d'un fond d'ondes radio isotrope dont le spectre est celui du corps noir) est une conséquence logique du modèle proposé par Gamow en 1948 [17]. Il est impossible de supposer que la matière joue actuellement le rôle de thermostat pour un tel rayonnement, en raison du grand libre parcours moyen des photons qui le composent. On est donc amené à penser que sa température était beaucoup plus élevée par le passé, et qu'elle n'a cessé de baisser au cours de l'expansion. (Elle est actuellement voisine de 3°K).

La densité de masse du corps noir est donnée par

$$\rho_r = \frac{a\,T^4}{c^2} \qquad (4.1)$$

où a est la constante de Stefan. Si l'on reporte dans (3.6), on trouve immédiatement que la température du rayonnement varie suivant la loi

$$LT = \text{cte} \quad . \qquad (4.2)$$

Cette importante relation signifie simplement qu'au cours de l'évolution la distribution des photons reste une distribution de Planck. Il

découle en effet de la métrique de Robertson et Walker (3.3) que la fréquence des photons décroît au cours de l'expansion suivant la loi

$$\omega L = \text{cte} \tag{4.3}$$

(décalage vers le rouge cosmologique). D'après (4.2) et (4.3) le nombre de photons par unité de volume dans un intervalle de fréquences donné $d\omega$

$$\frac{dN_\gamma}{V} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \tag{4.4}$$

décroît comme $1/L^3$ (expansion) et le nombre total de photons est conservé (adiabaticité).

La loi (4.2) a pour autre conséquence que, si l'on remonte vers le passé, la densité du rayonnement croît comme $1/L^4$ (d'après (4.1)). Par contre la densité ρ_m de la matière croît seulement comme $1/L^3$: il arrive donc un moment où c'est la radiation qui domine.

L'équation (3.5) s'écrit ($\Lambda = 0$) :

$$\frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{L^2}} \tag{4.5}$$

avec $\rho = \rho_m + \rho_r$. Pour des temps suffisamment reculés le deuxième terme sous le radical est négligeable comparé au premier et $\rho \sim \rho_r$. A l'aide de (4.2) il vient :

$$\frac{1}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = -\sqrt{\frac{8\pi G}{3}\frac{aT^4}{c^2}} \tag{4.6}$$

d'où

$$T = \sqrt[4]{\frac{3c^2}{32\pi a G}}\frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \tag{4.7}$$

L'expression (4.5) est la constante de Hubble, dont l'inverse constitue une limite supérieure du temps de l'Univers. Sa valeur actuelle

est d'environ $(10^{10}$ années$)^{-1}$.

On constate d'autre part que la relation (4.6) n'est plus vérifiée à l'heure actuelle : c'est donc que la radiation ne domine plus. Si dans (4.5) l'on remplace ρ par la densité de matière mesurée ($\rho_m \sim 10^{-30}$ g / cm^3) on voit que c'est le deuxième terme sous le radical qui domine. On arrive ainsi à la conclusion que l'Univers est ouvert ($k = -1$): le modèle prédit une origine des temps.

A très haute température le rayonnement thermique contient des paires de particules et d'antiparticules de toutes sortes. La densité des électrons, par exemple, est donnée par [20]

$$\frac{Ne^-}{V} = \frac{Ne^+}{V} \sim 0,183 \left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 \quad \text{pour} \quad kT \gg m_e c^2 \tag{4.8}$$

alors que pour les photons

$$\frac{N_\gamma}{V} = 0.244 \left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 . \tag{4.9}$$

On distingue dans l'histoire de l'évolution les périodes suivantes, classées selon les particules présentes dans le rayonnement (l'échelle de temps découle de (4.7), qui donne approximativement $kT = 1$ MeV pour $t = 1$ Sec) :

i) La période initiale ($kT > 1$ GeV, $t < 10^{-6}$ sec) au sujet de laquelle nous ne savons rien.

ii) La période hadronique ($kT > 100$ MeV, $t < 10^{-4}$ sec)

iii) La période leptonique ($kT > 1$ MeV, $t < 1$ sec)

iv) La période radiative ($kT > \frac{1}{3}$ eV, $t < 10^6$ années).

A la fin de la période radiative (qui correspond à une température de 3000°K) les électrons et les protons qui constituent la matière se combinent en atomes. En raison de la grande différence entre la section efficace de diffusion par les électrons libres et les atomes neutres des photons du rayonnement, ces derniers cessent d'interagir avec la matière. (L'effet est encore amplifié par l'expansion, qui diminue ρ_m).

Le rayonnement thermique à 3°K apparaît donc bien, dans ce modèle, comme un effet résiduel.

Remarquons enfin que le modèle de Gamow devrait être modifié s'il s'avérait qu'il existe une limite supérieure à la température (comme c'est le cas dans la théorie de Hagedorn des particules élémentaires [21]). Une telle modification a été étudiée par Huang et Weinberg [22].

5. LE MODELE D'OMNES

Dans le modèle de Gamow on a supposé que la matière des galaxies existait dès le commencement et constituait par conséquent un paramètre arbitraire du modèle. Or lorsque, dans le passé, la température était très élevée, la densité des nucléons et des antinucléons du rayonnement thermique était beaucoup plus grande que la densité de cette matière: le rapport des deux est de 10^9 pour $kT \sim 1$ GeV. Il apparaît donc très naturel de supposer dès le départ que l'Univers contient rigoureusement autant de matière que d'antimatière (autrement dit, que son nombre baryonique est strictement nul). Cette hypothèse se heurte cependant à la très forte objection suivante : la densité d'une particule de masse m dans le rayonnement, qui est de la forme $\exp(-mc^2/kT)$, est extrêmement faible à la fin de l'équilibre thermique ($kT = \frac{1}{3}$ eV). Ce qui signifie tout simplement que les fluctuations statistiques ne sauraient être à l'origine des galaxies. (Goldhaber [23]). (La même remarque s'applique d'ailleurs au modèle de Gamow (Lifschitz [24])).

Il nous faut donc supposer qu'il existe un mécanisme de séparation des nucléons et des antinucléons du corps noir à haute température, c'est-à-dire durant la période hadronique. Comme cette période est dominée par les interactions fortes, c'est dans celles-ci qu'il faut chercher la cause de la séparation. L'Hamiltonien des interactions fortes étant invariant par conjugaison de charge, nous aurions là un exemple de brisure spontanée de symétrie analogue à la magnétisation spontanée d'un corps ferromagnétique, c'est-à-dire une transition de phase.

Si la séparation a effectivement lieu, les petites condensations de matière et d'antimatière ainsi formées échapperont à l'annihilation totale grâce à la forte pression exercée par les produits d'annihilation qui tendra à les maintenir séparées, comme dans le phénomène de la caléfaction (Alfvén [1]). On peut alors montrer que la pression d'annihilation tend à accroître la taille des condensations (coalescence) [6,25]. Il semble bien que ce mécanisme puisse être à l'origine de la formation des galaxies [5,25].

Aux périodes du modèle de Gamow se superposent donc, dans le modèle d'Omnès, les périodes suivantes :

i) La période de séparation (300 MeV < kT < 1 GeV ?, $t < 10^{-5}$ sec)

ii) La période d'annihilation (25 keV < kT < 300 MeV, $t < 10^{3}$ sec) durant laquelle la plupart des nucléons initialement séparés s'annihilent.

iii) La période de coalescence ($\frac{1}{3}$ eV < kT < 25 keV, $t < 10^{6}$ années).

Le début de la période de séparation est incertain. La température correspondante ne saurait en tout cas être très supérieure à 1 GeV, puisqu'à des températures plus élevées les nucléons n'ont certainement pas encore acquis leur individualité.

6. LA TRANSITION DE PHASE

L'hypothèse B formulée dans l'Introduction revient à dire que le nombre de mésons n'est pas une quantité conservée : sa valeur est entièrement déterminée par les conditions thermodynamiques du système, en particulier par la température. Cette situation est exceptionnelle. Dans un gaz ordinaire dont les atomes peuvent former des molécules, celles-ci contribuent de façon significative à l'énergie libre : leur nombre ne s'obtient pas en minimisant cette dernière. Par contre, si les mésons, qui sont des particules élémentaires, sont effectivement des états liés d'une paire nucléon-antinucléon (hypothèse A), ces états liés doivent être traités comme l'une des composantes indépendantes du rayonnement thermique. Nous verrons

pourquoi dans le prochain paragraphe.

Le mécanisme qui est à l'origine de la transition se comprend aisément si l'on imagine qu'une paire nucléon-antinucléon dont la distance est inférieure à 1 fermi donne nécessairement naissance à un état lié (le méson). Tout se passe comme si, entre un nucléon et un antinucléon, il existait une interaction répulsive qui peut être assimilée à une répulsion statistique [7]. Cette répulsion est nettement plus grande que la répulsion dynamique entre deux nucléons ou deux antinucléons due au coeur dur des interactions nucléaires. Tout revient donc à supposer que le système est constitué de deux types de particules N et $\bar{N}$ avec la propriété que deux particules de même type se repoussent beaucoup moins que deux particules de types opposés.

Lorsque la température approche de $m_N c^2$ les densités de N et de $\bar{N}$ croissent très vite. Comme l'espace de phase exclu par un nucléon est plus grand pour un antinucléon que pour un autre nucléon on peut s'attendre à ce qu'une séparation des nucléons et des antinucléons soit plus économique aux hautes densités qu'une compensation de la répulsion statistique par une forte augmentation de l'énergie cinétique, et que cette séparation soit par conséquent favorisée par l'équilibre thermodynamique.

La figure 1 représente l'allure possible de la courbe d'équilibre (C). La température y est portée en abscisse (température critique : T_c) et la densité de nombre baryonique en ordonnée. L'extérieur de la courbe correspond à la phase homogène.

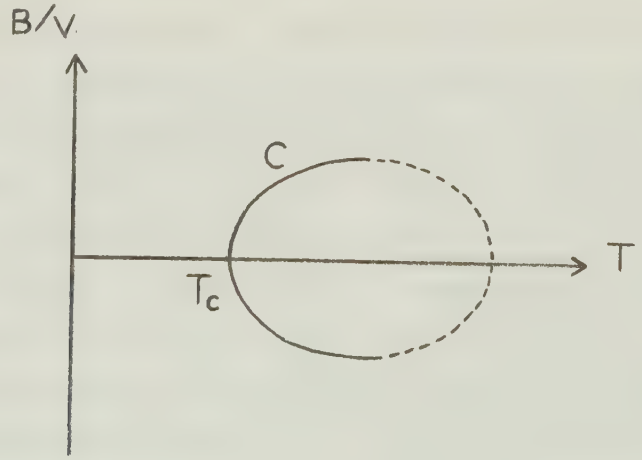

Fig. 1

Il est clair que la concavité de C doit être tournée vers les hautes températures puisque la séparation est un effet de densité, et que cette dernière croît avec T . C'est l'inverse qui se produit pour la transition liquide-vapeur par exemple).

7. LA FORMULATION DE DASHEN, MA ET BERNSTEIN

Le potentiel grand canonique Ω d'un gaz constitué de particules de masse m et de potentiel chimique μ peut être développé en série de puissances de l'activité $z = \exp(\mu / kT)$ (développement du viriel) :

$$\Omega = \Omega_0 - kT\, V \sum_{n=2}^{\infty} b_n \frac{z^n}{\lambda^3(nm)} \qquad (7.1)$$

où Ω_0 est le potentiel correspondant au gaz sans interactions et $\lambda(M) = (2\pi / MkT)^{\frac{1}{2}}$.

Le $n^{\text{ème}}$ coefficient du viriel b_n est fonction des interactions entre n particules. Le premier coefficient non nul, b_2 , peut s'exprimer à l'aide des déphasages de diffusion à deux corps δ_ℓ par la formule de Beth et Uhlenbeck [26] :

$$b_2 = \sum_i \exp(-E_i/kT) + \frac{1}{\pi} \sum_\ell (2\ell + 1) \int_0^\infty dE \frac{d\delta_\ell}{dE} \exp(-E/kT) . \qquad (7.2)$$

La somme sur i porte sur les états liés à deux particules, la somme sur ℓ est étendue aux moments angulaires de la diffusion.

Une généralisation de cette formule à tous les ordres du développement a été donnée en 1969 par Dashen, Ma et Bernstein (DMB) [10]. On sait que l'élément de matrice de diffusion dans l'onde ℓ s'écrit $S_\ell = e^{2i\delta_\ell}$ [27]. Dans la formulation DMB le potentiel grand canonique s'exprime uniquement en fonction des éléments de matrice S directement accessibles à l'expérience :

$$\Omega = \Omega_0 - kT \int dE \exp(-E/kT) \frac{1}{4\pi i} [\mathrm{Tr}\, e^{\mu \mathcal{N}/kT} A\, S^{-1}(E) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial E}} S(E)]_c \quad (7.3)$$

où $S^{-1} \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial E}} S \equiv S^{-1} \frac{\partial S}{\partial E} - \frac{\partial S^{-1}}{\partial E} S$. L'intégrale est étendue à tout le spectre d'énergie en présence de l'interaction. La trace porte uniquement sur les graphes d'interaction connexes et elle est symétrisée (Bose-Einstein) ou antisymétrisée (Fermi-Dirac) par l'opérateur de permutation A. $\mathcal{N}$ est l'opérateur nombre de particules. La généralisation de (7.2) s'écrit alors:

$$b_n = \int dE \exp(-E/kT) \frac{1}{4\pi i} [\mathrm{Tr}_n\, A\, S^{-1}(E) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial E}} S(E)]_c \quad (7.4)$$

où la trace cette fois est restreinte aux états à n particules.

La formule (7.3) est doublement intéressante. D'une part, elle permet d'étendre le formalisme de la mécanique statistique aux interactions fortes, pour lesquelles il n'existe pas d'Hamiltonien connu. D'autre part, la formulation DMB ne suppose rien en ce qui concerne l'élémentarité des particules (il n'y a aucun moyen, en mécanique quantique relativiste, de distinguer une particule élémentaire d'une particule composée). On peut en effet montrer que, s'il existe des états liés, leur contribution à l'intégrale de (7.3) est bien de la même forme que celle de particules libres et peut par conséquent être incluse dès le départ dans Ω_0 .

La forme (7.3) du potentiel grand canonique est valable dans le cas de particules non relativistes. Elle doit être légèrement modifiée pour des particules relativistes, mais les mêmes conclusions restent valables.

Les considérations qui précèdent rendent l'hypothèse B tout à fait plausible.

8. DETERMINATION DE LA TEMPERATURE CRITIQUE

La condition d'équilibre s'obtient en minimisant l'énergie libre, qui s'écrit [7,11]

$$F = F_\pi + F_0(N,T) + F_0(\bar{N},T) + a\,kT\,(N+\bar{N}) + b\,kT\,\frac{N\bar{N}}{V} + b'kT\,\frac{N^2+\bar{N}^2}{V} \qquad (8.1)$$

aux termes du 3ème ordre en N et $\bar{N}$ près. Le premier terme est l'énergie libre des mésons, $F_0(N,T)$ celle des nucléons, en nombre N (avec $\bar{N}$ pour les antinucléons). Le gaz des nucléons est non dégénéré et peut encore être considéré, aux températures qui nous intéressent, comme non relativiste. Dans ces conditions [20] :

$$F_0(N,T) = -NkT \log \frac{eN_0}{N} \qquad (8.2)$$

où

$$N_0 = 4\,V \left(\frac{m_N kT}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\,(-\mu_N/kT) \qquad (8.3)$$

est le nombre de nucléons en l'absence d'interactions.

Les coefficients a, b et b' sont proportionnels respectivement aux coefficients du viriel des interactions méson-nucléon, nucléon-antinucléon et nucléon-nucléon. Nous ferons l'hypothèse, qui s'avère justifiée par le calcul, que b' est négligeable.

Pour voir la transition de phase, on suppose que le système est scindé en deux parties 1 et 2 telles que

$$N_1 + N_2 - \bar{N}_1 - \bar{N}_2 = B \quad , \qquad V_1 + V_2 = V \qquad (8.4)$$

et l'on cherche le minimum de F en variant les N_i, $\bar{N}_i$ et V_i à nombre baryonique B et volume V constants. D'après ce qui précède, l'énergie libre F_π des mésons, supposée indépendante de N et $\bar{N}$, ne doit pas être variée. On trouve alors qu'il y a deux cas possibles :

i) Si $b \cdot \frac{N_0}{V}\, e^{-a} < e$ il existe une seule phase :

$$\frac{N_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2} \ , \quad \frac{\bar{N}_1}{V_1} = \frac{\bar{N}_2}{V_2} \ . \tag{8.5}$$

ii) Si $b \cdot \frac{N_0}{V} e^{-a} > e$ il existe deux phases de densités baryoniques opposées :

$$\frac{N_1}{V_1} = \frac{\bar{N}_2}{V_2} \ , \quad \frac{\bar{N}_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2} \ . \tag{8.6}$$

Dans ce dernier cas F a deux minima (fig. 2)

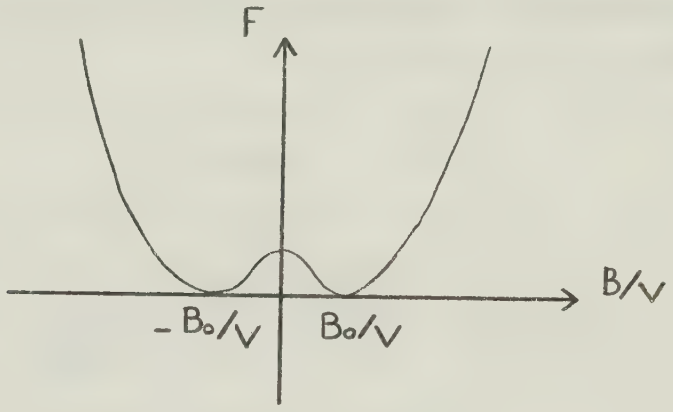

Fig. 2

La température critique est donc donnée par :

$$b \cdot \frac{N_0}{V} e^{-a} = e \ . \tag{8.7}$$

On voit immédiatement que cette équation ne peut avoir de solution que si b est positif. L'étude de l'interaction nucléon-antinucléon montrera qu'il en est bien ainsi.

Le coefficient a ne sert, quant à lui, qu'à renormaliser la densité N_0/V des nucléons libres ; il est donné essentiellement par la contribution dominante à l'interaction π - nucléon, la résonance $P_{3/2,3/2}(N^*)$:

$$a = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \log \left(1 - e^{-E/kT}\right) \frac{d\delta_{3,3}}{dE} \, dE \ . \tag{8.8}$$

Le déphasage $\delta_{3,3}$ est bien connu expérimentalement.

9. L'INTERACTION NUCLEON-ANTINUCLEON

En principe, une analyse en ondes partielles de la diffusion nucléon-antinucléon devrait permettre de mesurer les déphasages correspondants. Malheureusement, cette mesure est rendue difficile par la présence de l'annihilation et les résultats expérimentaux sont peu précis. Aussi avons-nous essayé de les calculer directement, en utilisant la symétrie de croisement, à partir des déphasages nucléon-nucléon, qui eux sont bien connus expérimentalement. Nous donnons ci-dessous un aperçu de la méthode utilisée [9].

Considérons d'abord le cas plus simple de la diffusion nucléon-nucléon. On sait que l'amplitude physique dans une onde partielle de moment angulaire ℓ est la valeur au bord d'une fonction analytique de l'énergie [27] :

$$a_\ell(s) \text{ physique} = \lim_{\varepsilon \to 0} a_\ell(s + i\varepsilon) \qquad (9.1)$$

(s : carré de l'énergie dans le système du centre de masse) la limite étant prise sur le bord supérieur de la coupure de droite de la figure 3, dite coupure d'unitarité.

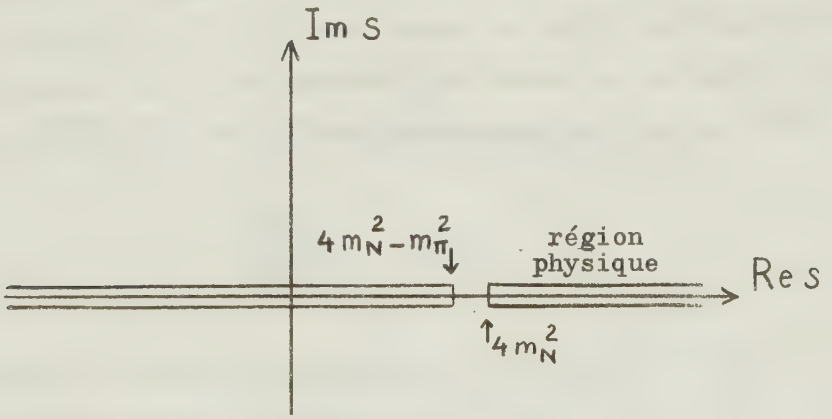

Fig. 3

La condition d'unitarité :

$$\text{Im } a_\ell(s) = q \, |a_\ell(s)|^2 \tag{9.2}$$

(q : impulsion dans le système du c. d. m.) exprime que la probabilité est conservée au cours de la diffusion. C'est elle qui permet l'introduction du déphasage :

$$a_\ell(s) = \frac{e^{2i\delta_\ell} - 1}{2iq} . \tag{9.3}$$

Il existe également une coupure de gauche, dite coupure dynamique, dont l'existence est liée à la possibilité d'échange entre les nucléons de divers mésons tels que le π, le ρ, le ω, le η et le σ (fig. 4) ; on néglige en général les échanges multiples.

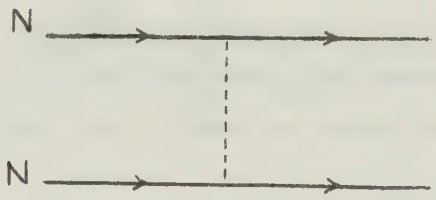

Fig. 4

Le problème se pose alors de trouver une fonction analytique qui satisfasse à la condition (9.2) et dont la discontinuité sur la coupure de gauche soit précisément celle des graphes d'échange. Il peut être résolu par une méthode due à Chew et Mandelstam [28], dite méthode N sur D, qui revient à linéariser la condition d'unitarité et qui consiste à écrire l'amplitude sous la forme du rapport de deux fonctions analytiques :

$$a_\ell(s) = \frac{N_\ell(s)}{D_\ell(s)} \tag{9.4}$$

dont l'une (N) ne contient que la coupure de gauche et l'autre la coupure de droite. On se ramène ainsi à un système de deux équations intégrales du type de Fredholm. La comparaison des déphasages calculés et des déphasages expérimentaux permet de déterminer celles des constantes de couplage méson-nucléon qui ne sont pas connues expérimentalement [8].

Les états liés, qui sont des pôles de l'amplitude, sont donnés par les zéros de D. Dans le cas présent on trouve un seul zéro qui correspond au deutéron, avec une énergie de liaison raisonnable. Ceci prouve que les graphes d'échange à un méson constituent une approximation correcte des forces nucléaires.

Ces mêmes mésons apparaissent à la fois comme des particules échangées (avec la même constante de couplage) et comme des états liés dans la diffusion nucléon-antinucléon (fig. 5, a et b), cependant que les processus d'annihilation virtuelle en plusieurs mésons (fig. 5,c) sont

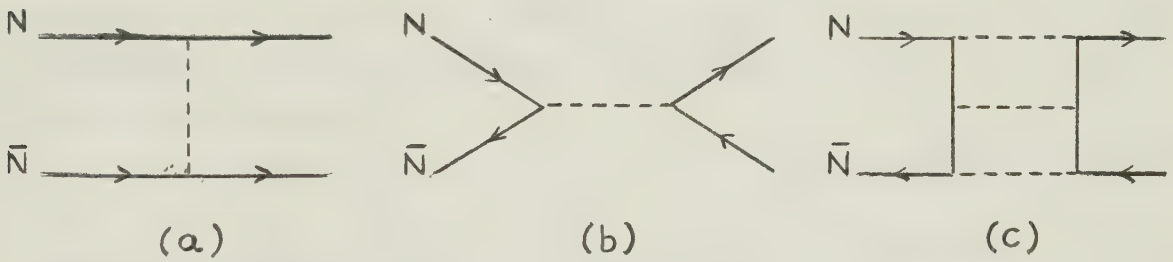

Fig. 5

responsables de l'existence d'une nouvelle coupure qui va de $s = 4\,m_\pi^2$ au seuil élastique (fig. 6). De plus, l'ouverture dès le seuil élastique

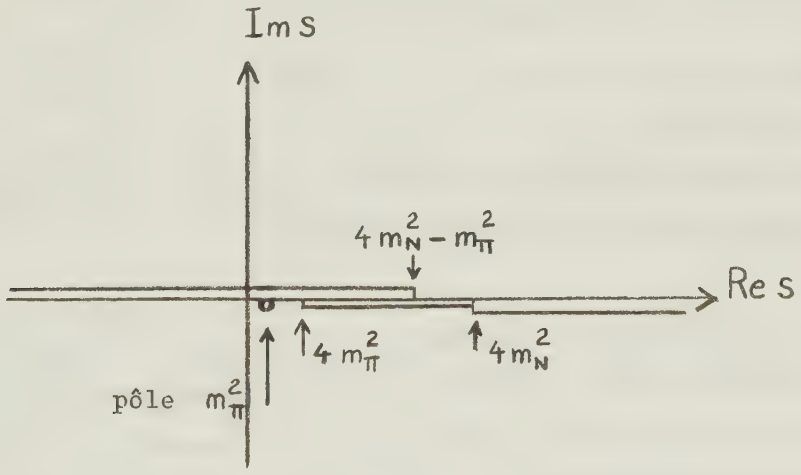

Fig. 6

des voies inélastiques d'annihilation nécessite l'introduction d'un facteur d'inélasticité $\eta_\ell(s)$ dans l'expression (9.3) de l'amplitude :

$$e^{2i\delta_\ell} \rightarrow \eta_\ell\, e^{2i\delta_\ell}, \qquad 0 \leq \eta_\ell \leq 1 . \tag{9.5}$$

La méthode précédente n'étant plus directement applicable, on s'y ramène grâce à une méthode due à Froissart [29,30]. On définit la fonction :

$$R(s) = \exp\left[-\frac{iq}{\pi}\int_{4m_N^2}^{\infty}\frac{ds'\,\log\eta_\ell(s')}{q'(s'-s)}\right] \tag{9.6}$$

dont il est facile de voir qu'elle est de la forme $\eta_\ell(s)\, e^{i\Phi(s)}$ sur la coupure de droite. On introduit alors une nouvelle amplitude :

$$a_\ell^F(s) = \frac{e^{2i\delta_\ell^F} - 1}{2iq} \tag{9.7}$$

dans laquelle $\delta_\ell^F = \delta_\ell - \frac{1}{2}\Phi$.

L'amplitude (9.7) est évidemment unitaire. De plus, ses singularités sont celles de l'amplitude initiale et sa discontinuité sur la coupure de gauche s'obtient à partir de la discontinuité de $a_\ell(s)$ en la multipliant par R^{-1}.

La dynamique du problème est relativement simple. Le méson vectoriel ω , qui est à l'origine du coeur dur des forces nucléaires (forte répulsion à courte portée dans la diffusion nucléon-nucléon) conduit à une forte attraction entre un nucléon et un antinucléon, ce qui se comprend aisément puisque le ω (spin 1, parité négative) est en quelque sorte un photon lourd couplé à la charge baryonique.

D'autre part, la coupure d'annihilation virtuelle joue le rôle d'une nouvelle coupure de gauche à discontinuité positive (unitarité) et qui s'étend jusqu'au seuil élastique : elle simule par conséquent une force répulsive à longue portée.

On peut montrer que l'addition d'une telle force à une attraction à courte portée a pour effet d'augmenter l'énergie de liaison des états liés. Cet effet est souhaitable, car si l'on ne tient compte ni de la coupure

d'annihilation ni du facteur d'inélasticité on retrouve bien les mésons comme états liés, mais avec des masses beaucoup trop élevées [8]. Malheureusement, un calcul détaillé des diagrammes du type de la figure (5,c) n'est pas concevable. On a donc recours à une description purement phénoménologique des effets inélastiques, paramétrisée par une fonction η au dessus du seuil et une discontinuité arbitraire (mais positive) sur la coupure d'annihilation virtuelle. On constate alors, d'une part, qu'il est possible de ramener les états liés à leur masse physique et, d'autre part, que les déphasages de Froissart ainsi obtenus sont remarquablement indépendants des paramètres d'inélasticité et ne dépendent que de la position des états liés. Ces déphasages satisfont au théorème de Levinson: ils partent de π au seuil et tendent vers zéro à haute énergie. L'allure du déphasage correspondant à la voie qui a le méson π pour état lié est donnée sur la figure 7.

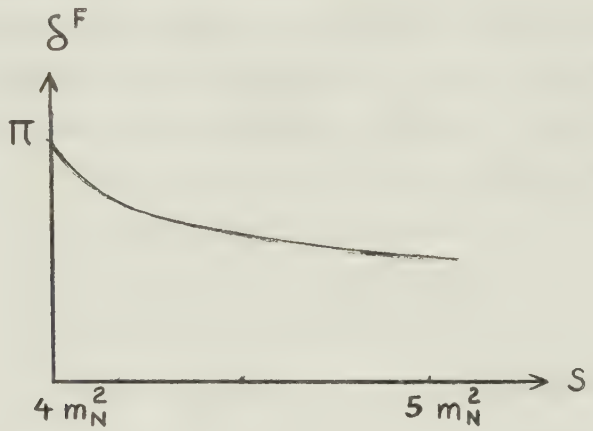

Fig. 7

On peut montrer que c'est précisément le déphasage de Froissart qui apparaît dans l'expression du deuxième coefficient du viriel [7,9] :

$$b = -\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{m_N kT}\right)^{3/2} \sum_{I,J} (2I+1)(2J+1) \int_0^\infty \exp(-E/kT)\, \frac{d\delta^F_{IJ}}{dE}\, dE \qquad (9.8)$$

où la sommation est étendue aux différentes voies d'isospin I et de spin J. Comme $d\delta^F/dE$ est négatif, b est positif comme prévu.

Finalement, la température critique s'obtient à partir de (8.7):

$$kT_c \sim 270 \text{ MeV}. \qquad (9.9)$$

10. LE MODELE DE WIDOM ET ROWLINSON

On considère un réseau cubique tridimensionnel dont les cellules ont une dimension r_0 . Dans ce réseau sont distribuées deux types de particules N et $\bar{N}$, avec la condition que deux particules de types opposés ne peuvent occuper des cellules voisines. On trouve alors que la densité critique est approximativement $(8\ r_0)^{-3}$ [12]. En fait l'existence d'une transition de phase pour ce modèle a été prouvée par Ruelle [13] : les deux types de particules se séparent lorsque la densité est suffisamment élevée. La démonstration de Ruelle s'applique également au cas où il existe un petit coeur dur dans les interactions de deux particules du même type.

Si l'on suppose que l'état lié nucléon-antinucléon est dû à l'échange du ω (par analogie avec l'interaction coulombienne), son rayon est égal à la longueur d'onde Compton de ce dernier : environ 0,26 fermi. A partir de l'expression (8.3) de la densité des nucléons libres renormalisée par l'interaction π-nucléon on obtient une température critique de l'ordre de 400 MeV [31].

11. UN TEST POUR LA SEPARATION

Les niveaux électromagnétiques de l'atome de protonium sont déplacés par l'interaction forte du proton et de l'antiproton. On peut montrer que le déplacement d'un niveau de nombre quantique principal n et de moment angulaire nul est donné par [32] :

$$\Delta E_n \sim \frac{\hbar^2}{2m_N} |\Phi_n(0)|^2 a_0 \qquad (11.1)$$

où $\Phi_n(0)$ est la valeur à l'origine de la fonction d'onde radiale et a_0 la longueur de diffusion dans l'onde S (définie par $q \cot g\ \delta_0 = -\frac{1}{a_0}$). Le déplacement est négligeable pour les autres niveaux. L'apparition de la valeur à l'origine de la fonction d'onde est liée à la courte portée des interactions fortes.

La relation (11.1) montre que le déplacement est du signe de a_0. Une longueur de diffusion positive, comme le suggère l'étude du paragraphe 9, conduit donc à un déplacement des niveaux vers le continuum et, par suite, à un déplacement des raies d'émission vers les basses fréquences [33].

Avec pour a_0 une valeur typique de 1 fermi l'énergie de la première transition est réduite de 1/10. Cet effet devrait pouvoir s'observer (avec son signe) dans les spectres d'émission X du protonium. Des expériences sont en cours à ce sujet (Backenstoss [34]).

12. CONCLUSION

Aucun des arguments qui ont été donnés en faveur de l'existence d'une transition de phase dans le corps noir n'est, pris isolément, entièrement convaincant. Par exemple, l'hypothèse selon laquelle les états liés nucléon-antinucléon ne contribuent pas à l'énergie libre est seulement suggérée par la formule de Dashen et l'approximation qui consiste à ne retenir que les termes du deuxième ordre dans le développement du viriel n'est pas satisfaisante, même si elle s'avère qualitativement correcte dans le cas de l'équation de Van der Waals.

Cependant, la cohérence de l'ensemble de ces arguments et le fait que l'on puisse obtenir la valeur de la température critique par deux méthodes complémentaires et aussi différentes l'une de l'autre que la physique des particules élémentaires et la mécanique statistique font de la séparation matière-antimatière une hypothèse de travail extrêmement séduisante -- et fertile [25].

REFERENCES

1. O. Klein, in La structure et l'évolution de l'univers, Ed. I. Prigogine, Solvay Meeting (R. Stoops, Bruxelles, 1958)

   H. Alfvén and O. Klein, Arkiv Fysik 23, 187 (1962)

   H. Alfvén, Rev. Mod. Phys. 37, 652 (1965)

   O. Klein, Nature 211, 1337 (1966)

2. E.R. Harrison, Mémoire Soc. Roy. des Sciences de Liège 15, 15 (1967)
   Phys. Rev. Letters 18, 1011 (1967)
   Phys. Rev. 167, 1170 (1968)
   Phys. Today 21, 3 (1968)

3. Ya.B. Zeldovitch, Adv. Astron. Astrophys., Ed. Z. Kopal 3, 241 (1965)
   Comments Astroph. Space Phys. 2, 2 (1970)

4. R. Omnès, Phys. Rev. Letters 23, 38 (1969)
   Ann. Phys. (Paris) 4, 515 (1969)
   Phys. Rev. Comments and Addenda, Phys. Rev. 1, 273 (1970)

5. " Astr. Astrophys. 10, 228 (1971)
   Nature (April 1971)

6. " Astr. Astrophys. 11, 450 (1971)
   Astr. Astrophys. 15, 275 (1971)

7. " Phys. Rep. 3C, 1 (Feb. 1972) (The possible role of elementary particle physics in cosmology)

8. J.S. Ball, A. Scotti and D.Y. Wong, Phys. Rev. 142, 1000 (1966)

9. R. Aldrovandi and S. Caser, Nucl. Phys. B39, 306 (1972) (premier article présenté)

10. R. Dashen, S. Ma and H.J. Bernstein, Phys. Rev. 187, 345 (1969)

R. Dashen and S. Ma, J. Math. Phys. 12, 689 (1971)

11. R. Aldrovandi and S. Caser, Nucl. Phys. B38, 593 (1972) (deuxième article présenté)

12. B. Widom and J.S. Rowlinson, J. Chem. Phys. 52, 1670 (1970)

13. D. Ruelle, Phys. Rev. Let. 27, 1040 (1971)

14. R.C. Tolman, Relativity, Thermodynamics and Cosmology (Clarendon Press, Oxford, 1934)

G.C. Mc Vittie, General Relativity and Cosmology (Chapman and Hall, London, 1964)

15. H. Bondi, Cosmology (Cambridge University Press, 1960)

16. R.H. Dicke, Experimental Relativity (Gordon and Breach, 1964)

17. G. Gamow Phys. Rev. 74, 505 (1948)
Nature 162, 680 (1948)

R.A. Alpher, H.A. Bethe and G. Gamow, Phys. Rev. 73, 803 (1948)
R.A. Alpher, Phys. Rev. 74, 1577 (1948)
R.A. Alpher and R. Herman, Phys. Rev. 74, 1737 (1948)
Nature 162, 774 (1948)
Phys. Rev. 75, 1089 (1949)
Rev. Mod. Phys. 22, 153 (1950)
Phys. Rev. 84, 60 (1951)
Ann. Rev. Nucl. Sci. 2, 1 (1953)
R.A. Alpher, R. Herman and G. Gamow, Phys. Rev. 74, 1198 (1948)
Phys. Rev. 75, 701 (1949)
Phys. Rev. 75, 332A (1949)
R.A. Alpher, J.W. Follin and R. Herman, Phys. Rev. 92, 1347 (1953)
R.A. Alpher, G. Gamow and R. Herman, Proc. Nat. Acad. Sci. 58, 2179 (1967)

18. H.P. Robertson, Astrophys. J. 82, 284 (1935)
83, 187, 257 (1936)
A.G. Walker, Proc. Lond. Math. Soc. (2) 42, 90 (1936)

19. V. Petrosian and E.L. Salpeter, Comments Astroph. Space Phys. 11, 109 (1970)

20. L. Landau et E. Lifschitz, Physique Statistique (Ed. de la Paix, Moscou, 1967)

21. R. Hagedorn, Suppl. Nuovo Cimento 3, 147 (1965)
Nuovo Cimento 56A, 1027 (1968)
Astr. Astrophys. 5, 184 (1970)
Suppl. Nuovo Cimento 6, 311 (1968)
Nuovo Cimento 52A, 1336 (1967)

22. K. Huang and S. Weinberg, Phys. Rev. Letters 25, 895 (1970)

23. M. Goldhaber, Science 124, 218 (1956).

24. E. Lifschitz, J. Phys. (USSR) 10, 116 (1966)
D. Layzer, in Ann. Rev. Astron. Astrophys. 2, 341 (1964)
Ya. B. Zeldovitch, in Adv. in Astron. Astrophys. 3, 242 (1965)
E.R. Harrison, Rev. Mod. Phys. 39, 862 (1967)
P.J.E. Peebles, Astrophys. J. 142, 1317 (1965)
147, 859 (1967)
M. Rees, Proc. Enrico Fermi School, N° XLVII on Relat. and Cosmology, Varenna, Suppl. Nuovo Cimento (1969)

25. R. Aldrovandi, S. Caser, R. Omnès et J.L. Puget, à paraître (troisième article présenté)

26. E. Beth and G.E. Uhlenbeck, Physica 4, 915 (1937)
K. Huang, Statistical Mechanics (Wiley, New York, 1963)

27. R. Omnès and M. Froissart, Mandelstam Theory and Regge Poles (Benjamin, 1963)

28. G.F. Chew and S. Mandelstam, Phys. Rev. 119, 467 (1960)
G.F. Chew, in : High Energy Physics, Eds. M. Jacob and C. DeWitt (Gordon and Breach, 1965)

R. Omnès, ibid.

M. Froissart, ibid.

29. M. Froissart, Nuovo Cimento 22, 191 (1961)

30. S. Gasiorowicz, Introduction to Elementary Particle Physics (Addison-Wesley, New York, 1964)

31. R. Omnès, Phase Transition in Thermal Radiation (LPTHE preprint 72/9, Orsay, Fév. 1972)

32. G. Backenstoss, Ann. Rev. Nucl. Sci. 20, 467 (1970)

33. C. Bouchiat, communication privée

S. Caser et R. Omnès, Phys. Letters 39B, 369 (1972) quatrième article présenté)

34. G. Backenstoss, CERN preprint (1971).